

סטטיסטיקה

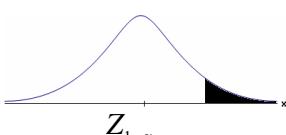
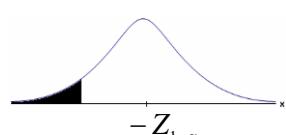
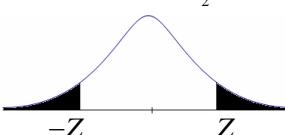
פרק 25 - בדיקת השערות על פרופורציה

תוכן העניינים

1	1. התהילה.....
4	2. סיכוי לטעויות ועוצמה.....

התהילה:

רקע:

$H_0 : p = p_0$	$H_0 : p = p_0$	$H_0 : p = p_0$	השערת האפס: השערת אלטרנטיבית:
$H_1 : p > p_0$	$H_1 : p < p_0$	$H_1 : p \neq p_0$	תנאים:
$np_0 \geq 5 \text{ \& } n(1-p_0) \geq 5$			כלל הבדיקה – אזור הדחיה של H_0 :
$Z_{\hat{p}} > Z_{1-\alpha}$  $Z_{1-\alpha}$ H_0 -דוחים את █	$Z_{\hat{p}} < -Z_{1-\alpha}$  $-Z_{1-\alpha}$ H_0 -דוחים את █	$Z_{\hat{p}} < -Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ או $Z_{\hat{p}} > Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$  $-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ $Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ H_0 -דוחים את █	

סטטיסטי המבחן:

$$Z_{\hat{p}} = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$$

חלופה אחרת לכלל הבדיקה:

כלל הבדיקה – אזור הדחיה של H_0 :		
$\hat{p} > p_0 + Z_{1-\alpha} \cdot \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}$	$\hat{p} < p_0 - Z_{1-\alpha} \cdot \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}$	$\hat{p} > p_0 + Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}$ $\hat{p} < p_0 - Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}$

דוגמה (פתרון בהקלטה):

בחודש ינואר השנה פורסם שאחוז האבטלה במשק הוא 8% במדגם עכשווי התקבל שמתוך 200 אנשים 6.5% מובטלים.
בדקו ברמת מובהקות של 5% האם כיום אchrom האבטלה הוא כמו בתחילת השנה.

שאלות:

- 1)** במשך שנים אחזו המועמדים שהתקבל לפוקולטה מסוימת היה 25%. השנה מתוך מוג'ם של 120 מועמדים התקבלו 22. בرمת מובהקות של 5% האם השנה הקשו על תנאי הקבלה?
- 2)** במדגם של 300 אזרחים 57% מתנגדים להצעת חוק מסוימת. לאור נתונים אלה האם רוב האזרחים מתנגדים להצעת החוק? בדקו ברמת מובהקות של 10%.
- 3)** הטילו מטבח 50 פעמים וקיבלו 28 פעמים עז. האם המטבח הוגן ברמת מובהקות של 5%?
- 4)** קפיטריה במכלה מסוימת מעירica כי אחזו הסטודנטים שוכנים קפה בקפיטריה הינו 20%. נערך סקר אשר כלל 200 סטודנטים. התברר כי 33 מהם רוכשים קפה בקפיטריה. מטרת הסקר הייתה לבדוק את אמינותה הערכה של הקפיטריה.
- רשמו את ההשערות.
 - בדקו את ההשערות ברמת מובהקות של 10%.
 - מה תהיה המסקנה אם נקבע את רמת המובהקות?
- 5)** חבר כנסת רוצה להעביר חוק. לצורך כך הוא דוגם 400 אזרחים במטרה לבדוק האם רוב האזרחים תומכים בחוק. במדגם התקבל ש-276 אזרחים תומכים בחוק.
- מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%?
 - אם ניתן לדעת מה תהיה המסקנה אם רמת המובהקות תהיה גדולה יותר? הסבירו.
- 6)** שני חוקרים בדקו את ההשערות הבאות: $H_0: p = p_0$, $H_1: p > p_0$. חוקר א' השתמש ברמת מובהקות α_1 וחוקר ב' ברמת מובהקות α_2 החוקר הראשון דחה את H_0 ואילו החוקר השני קיבל את H_0 .
- שנייהם התבasingו על אותן תוצאות של מוג'ם. בחר בתשובה הנכונה:
- $\alpha_1 = \alpha_2$.
 - $\alpha_1 > \alpha_2$.
 - $\alpha_1 < \alpha_2$.
 - המצב המתואר לא אפשרי.

תשובות סופיות:

- (1) נדחה H_0 .
- (2) נדחה H_0 .
- (3) קיבל H_0 .
- ב. נקבל H_0 .
ג. המסקנה לא תשתנה.
- ב. נקבל H_0 .
א. נדחה H_0 .
- (4) $H_0 : p = 0.2$
 $H_1 : p \neq 0.2$
- (5) ג'.
- (6) ג'.

סיכום לטיעויות ועוצמה:

רקע:

הגדרת הסטבריות:

הסיכוי לבצע טיעות מסוג 1 (רמת מובהקות) :
 $(\text{לדוחות } H_0 = P_{H_0} (H_0 \text{ נכונה}) | \text{ לדוחות את } \alpha = P_{H_1} (H_1 \text{ נכונה})$

הסיכוי לבצע טיעות מסוג 2 :
 $. \beta = P(H_1 = P_{H_1} (H_1 \text{ נכונה}) | \text{ לקבל את } \alpha = P_{H_0} (H_0 \text{ נכונה})$

רמת בטחון :
 $. (1-\alpha) = P(H_0 = P_{H_0} (H_0 \text{ נכונה}) | \text{ לקבל את } \alpha = P_{H_1} (H_1 \text{ נכונה})$

עוצמה :
 $. \pi = (1-\beta) = P(H_1 = P_{H_1} (H_1 \text{ נכונה}) | \text{ לדוחות את } \alpha = P_{H_0} (H_0 \text{ נכונה})$

		הכרעה	
מציאות		H_0	H_1
	H_0	אין טיעות	טיעות מסוג 1
	H_1	טיעות מסוג 2	אין טיעות

התהליך לחישוב סיכוי לטיעות מסוג שני:

$H_0 : p = p_0$ $H_1 : p > p_0$	$H_0 : p = p_0$ $H_1 : p < p_0$	$H_0 : p = p_0$ $H_1 : p \neq p_0$	השערת האפס: השערת אלטרנטיבית:
$np_0 \geq 5 \& n(1-p_0) \geq 5$			תנאים:
$\hat{p} > p_0 + Z_{1-\alpha} \cdot \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}$	$\hat{p} < p_0 - Z_{1-\alpha} \cdot \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}$	$\hat{p} > p_0 + Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}$ או $\hat{p} < p_0 - Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}$	כל ההכרעה: אזור הדחיה של H_0:

חישוב : β
$P_{H_1} \left(\hat{p} < p_0 + Z_{1-\alpha} \cdot \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} \right)$
$P_{H_1} \left(p_0 - Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} < \hat{p} < p_0 + Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} \right)$
$P_{H_1} \left(\hat{p} > p_0 - Z_{1-\alpha} \cdot \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} \right)$

כאשר : $\hat{P} \sim N \left(p, \frac{p(1-p)}{n} \right)$

וחתכנו : $Z_{\hat{p}} = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}}$

דוגמה (פתרון בהקלטה) :

רופא ShinNim טען כי שיעור ממחצית האוכלוסייה הבוגרת בארץ אינם מבקרים אצל רופא ShinNim באופן קבוע, כנדרש. כדי לבדוק טענה זו, נערך סקר בקרב 150 אנשים בוגרים.

- א. רשמו את ההשערות וכלל הכרעה ברמת מובהקות של 10%.
- ב. מהי עוצמת המבחן אם מסתבר ש 60% מהאוכלוסייה אינם מבקרים אצל רופא ShinNim באופן קבוע.

שאלות:

- 1)** משרד הבריאות פרסם ש-10% מתושבי המדינה סובלים ממחלה האסתמה. מחקר דורך לבדוק האם בחיפה, בגל זיהום האוויר, שיורט הסובלים מאסתמה גביה יותר. לצורך המחקר נבדקו 260 מתושבי חיפה.
 א. רשמו את השערות המחקר, וצרו מבחן ברמת מובהקות של 5% לבדיקה.
 ב. מהי עצמת המבחן של סעיף א' בהנחה ובחיפה 16% מהתושבים סובלים מאסתמה?
 ג. כיצד תנסה התשובה לסעיף ב' אם מסתבר שבחיפה 18% סובלים מאסתמה?
 ד. בהמשך לסעיף א' האם נכון לומר שבנסיבות של 5% ההשערה שבחיפה 10% מהתושבים סובלים מאסתמה אינה נכונה?
- 2)** אחוז הסובלים מתופעות הלוואי מתרופה מסוימת הוא 15%. חברת תרופות טוענת שפיתחה תרופה שאמורה לצמצם את אחוז הסובלים מתופעות לוואי. לצורך בדיקת הטענה הוחלט לבצע מחקר שיכלול 120 חולים שיקבלו את התרופה הנבדקת. נניח שהתרופה נבדקה אכן מורידה את פרופורציות הסובלים מתופעות הלוואי ל-10%, מהי עצמת המבחן עבור רמת מובהקות של 5%?
- 3)** בעיר מסוימת היו 20% אקדמאים. בעקבות פтиחת מכלה בעיר לפני כמה שנים מעוניינים לבדוק האם אחוז האקדמאים גדול. מעוניינים שהמחקר יכלול 200 אנשים והוא יהיה ברמת מובהקות של 5%.
 א. חשבו את הסיכוי לבצע טעות מסווג שני בהנחה והיום יש 28% אקדמאים.
 ב. כיצד תנסה לתשובה לסעיף הקודם תשנה אם נגדיל את רמת המובהקות?
- 4)** מעוניינים לבדוק האם בפקולטה מסוימת ישנה העדפה לגברים. הוחלט לדגום 200 מתקובלים ועל סמך מספר הבנים לקבוע אם טענת המחקר מתק傍ת. חוקר אי קבע רמת מובהקות של 5% וחוקר ב' החליט לקבל את טענת המחקר אם במדגם יהיו לפחות 120 בניים. למי מבין החוקרים רמת מובהקות גדולה יותר?
- 5)** חוקר ביצע מחקר ובו עשה טעות מסווג שני בכך (בחרו בתשובה הנכונה):
 א. השערת האפס נכונה.
 ב. השערת האפס נדחתה.
 ג. השערת האפס לא נדחתה.
 ד. אף אחת מהטעויות לא נכונה בהכרח.
- 6)** קבעו אם הטענה הבאה נכונה: בבדיקה השערות לא ניתן לבצע בו זמני טעות מסווג ראשון וטעות מסווג שני.

תשובות סופיות:

- .0.9015 ב. גודל. ג. טענה לא נכונה.
 $H_0 : p = 0.1$ א. $H_1 : p > 0.1$ (1)
- .0.4404 (2)
- ב. תקין. 0.1446 (3)
- (4) חוקר א'.
 (5) ג'.
 (6) נכונה.